

Zespół Szkół Ponadpodstawowych w Zgorzelcu

Wymagania edukacyjne z matematyki w klasie trzeciej technikum (zakres podstawowy)

Rok szkolny 2026/2027

Prezentowane wymagania edukacyjne są zintegrowane z programem nauczania, planem wynikowym i rozkładem materiału autorstwa Agnieszki Kamińskiej i Doroty Ponczek do podręczników z serii NOWA MATeMATyka wydawnictwa Nowa Era.

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych umiejętności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomach (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomach (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomach (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomach (K), (P), (R), (D) i (W)

1. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• szkicuje w prostych przypadkach wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, wzdłuż osi OX albo wzdłuż osi OY, podaje własności tej funkcji oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
• sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza w prostych przypadkach wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• upraszcza wyrażenia wymierne w przypadkach wymagających wyłączenia czynnika liczbowego w liczniku lub mianowniku
• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{u(x)}{w(x)} = 0$, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań postaci $x = b$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• podaje własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x} + q$, gdzie $a \neq 0$, oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
• podaje własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p}$, gdzie $a \neq 0$, oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
• sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$
• wyznacza wartość parametru q we wzorze funkcji np. $f(x) = \frac{5}{x} + q$, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu
• wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• upraszcza wyrażenia wymierne w przypadkach wymagających zastosowania wzorów skróconego mnożenia do rozkładu na czynniki licznika lub mianownika
• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{u(x)}{w(x)} = a$, gdzie $a \neq 0$, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań postaci $x - a = b$

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, gdzie $x \in \mathbb{R} \setminus \{p\}$ i $a \neq 0$, i wyznacza równania jego asymptot
• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek
• wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
• rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach
• podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach
• wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności
--

2. TRYGONOMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
• wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• wyznacza, korzystając z definicji, wartości funkcji trygonometrycznych kątów 0°, 90°, 180°
• stosuje do rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30°, 45°, 60°
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów 120°, 135°, 150°
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• wykorzystuje w prostych przypadkach funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych czworokątów

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$
• przekształca w prostych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, wykorzystując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta
• rysuje kąt w układzie współrzędnych, gdy dany jest tangens kąta wypukłego
• stosuje w zadaniach wzory na pole trójkąta, w tym również wzór $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• oblicza pola czworokątów
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, wykorzystując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
• uzasadnia związki miarowe w czworokątach
• dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowody twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

3. PLANIMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła w prostych przypadkach
• rozpoznaje okręgi styczne, gdy dane są promienie tych okręgów i odległość między ich środkami
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są oparte te kąty
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• opisuje własności wielokątów foremnych
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• wykorzystuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• rozwiązuje proste zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie
• rozwiązuje proste zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza w prostych przypadkach promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i promień okręgu wpisanego w wielokąt foremny
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• stosuje w trudniejszych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta
• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania trudniejszych zadań
stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania trudniejszych zadań
uzasadnia wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

udowadnia zależności w wielokątach foremnych w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
przeprowadza dowody twierdzeń o kątach środkowym i wpisanym oraz o kątach wpisanych opartych na tym samym łuku
przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów
rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii

4. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
zapisuje pierwiastek n-tego stopnia w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku $\frac{1}{n}$
oblicza w prostych przypadkach potęgi o wykładnikach wymiernych
oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności
oblicza logarytm danej liczby
odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych
oblicza wartości wyrażeń, stosując definicję logarytmu, w szczególności logarytmu dziesiętnego
stosuje w prostych przypadkach twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o logarytmie potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym

• upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres
• wyznacza wartość współczynnika, dla której wykres danej funkcji przechodzi przez podany punkt
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczania jego wartości
• oblicza wartości wyrażeń, stosując definicję logarytmu, w szczególności logarytmu dziesiętnego
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do uzasadniania równości wyrażeń
• wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej
• wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu
• wyznacza w prostych przypadkach zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych
• rozwiązuje proste zadania osadzone w kontekście praktycznym, korzystając z własności funkcji wykładniczej lub funkcji logarytmicznej

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach, i oblicza wartości tych wyrażeń
• szacuje wartości potęg o wykładnikach rzeczywistych
• porównuje w trudniejszych przypadkach liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
• odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności
• przekształca wzór funkcji do postaci, dzięki której potrafi wyjaśnić, jak otrzymać wykres tej funkcji
•
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu i logarytmie potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu i logarytmie potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
--

wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania trudniejszych zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem
udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
udowadnia twierdzenia o działaniach na logarytmach