

Zespół Szkół Ponadpodstawowych w Zgorzelcu

Wymagania edukacyjne z matematyki w klasie trzeciej technikum (zakres podstawowy i rozszerzony)

Rok szkolny 2026/2027

Prezentowane wymagania edukacyjne są zintegrowane z programem nauczania, planem wynikowym i rozkładem materiału autorstwa Agnieszki Kamińskiej i Doroty Ponczek do podręczników z serii NOWA MATeMATyka wydawnictwa Nowa Era.

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	– wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	– wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	– wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	– wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	– wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

1. PLANIMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• rozpoznaje okręgi styczne, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania prostych zadań
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• oblicza w prostych przypadkach promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów

wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta
--

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań
oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła w prostych przypadkach
stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym
rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny lub prostokątny
stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania prostych zadań
stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostych zadań
wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych
oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i promień okręgu wpisanego w wielokąt foremny
stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania trudniejszych zadań
oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła
wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
korzysta z własności stycznej do okręgu podczas rozwiązywania zadań
stosuje w trudniejszych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie
rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt
stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
bada, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny
stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące trójkątów i czworokątów
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku
• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia zależności w wielokątach foremnych w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii

2. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza potęgi o wykładniku wymiernym
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje własności tej funkcji
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa własności tej funkcji

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• przekształca wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenia o logarytmach iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
• przekształca wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności

• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami
• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
• porównuje w trudniejszych przypadkach liczby przedstawione w postaci potęg
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenia o logarytmach iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
• rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu

3. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• zaznacza kąt w układzie współrzędnych
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90° , 120° , 135° , 150°
• określa położenie ramienia końcowego kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
• zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$
• zapisuje miarę danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$
• zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - p)$ oraz $y = f(x) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
• uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne
• stosuje w prostych przypadkach wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$
• rozwiązuje równania trygonometryczne typu $\sin \alpha = a$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 210° , 225° , 240° , 300° , 330°
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta α o danej mierze łukowej, gdy $\alpha \in [0; \pi]$
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych i określa ich własności
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
• szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
• uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne oraz podaje odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dane są wartości funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta
• stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
• rozwiązuje proste równania trygonometryczne

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np. -90° , -315° , 1080°
• oblicza wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów
• wyznacza w trudniejszych przypadkach kąt, gdy dana jest wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

• szkicuje wykres funkcji okresowej
• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa własności tych funkcji
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest wartość funkcji tangens
• udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
• stosuje w trudniejszych przypadkach wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
• stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania równań trygonometrycznych
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• udowadnia w trudniejszych przypadkach tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
• stosuje w trudniejszych przypadkach wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań z parametrem
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań z kontekstem realistycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego lub potrojonego kąta
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych

4. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
• podaje równanie okręgu o danym środku i danym promieniu
• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej
• sprawdza, czy punkt należy do okręgu opisanego równaniem
• wyznacza równanie okręgu o danym środku przechodzącego przez dany punkt
• w prostych przypadkach rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem drugiego stopnia
• wykonuje działania na wektorach

wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

stosuje wzór na odległość między punktami w prostych zadaniach dotyczących wielokątów
stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania prostych zadań
podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci ogólnej
sprawdza w prostych przypadkach, czy dane równanie jest równaniem okręgu
podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie dwóch okręgów
podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
w prostych przypadkach rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem drugiego stopnia, i podaje ich interpretację geometryczną
sprawdza, czy wektory są równoległe
stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania prostych zadań
stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania trudniejszych zadań dotyczących wielokątów
sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami, z których jedno jest równaniem z parametrem, w zależności od wartości tego parametru
stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną
stosuje w bardziej złożonych przypadkach własności symetrii osiowej i symetrii środkowej

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie

wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
stosuje w bardziej złożonych zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

5. STATYSTYKA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

wykorzystuje w prostych zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
wykorzystuje w trudniejszych zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące średniej arytmetycznej, mediany i dominaty
rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące statystyki

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
--