

# **Zespół Szkół Ponadpodstawowych w Zgorzelcu**

## **Wymagania edukacyjne z matematyki w klasie czwartej technikum (zakres podstawowy i rozszerzony)**

**Rok szkolny 2026/2027**

Prezentowane wymagania edukacyjne są zintegrowane z programem nauczania, planem wynikowym i rozkładem materiału autorstwa Agnieszki Kamińskiej i Doroty Ponczek do podręczników z serii NOWA MATeMATyka wydawnictwa Nowa Era.

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

|                     |   |                                                |
|---------------------|---|------------------------------------------------|
| ocena dopuszczająca | – | wymagania na poziomie (K)                      |
| ocena dostateczna   | – | wymagania na poziomie (K) i (P)                |
| ocena dobra         | – | wymagania na poziomie (K), (P) i (R)           |
| ocena bardzo dobra  | – | wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)      |
| ocena celująca      | – | wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W) |

## 1. CIĄGI

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

|                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów                                                           |
| • wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie                                                                                                  |
| • szkicuje wykres ciągu                                                                                                                    |
| • wyznacza w prostych przypadkach wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość)                                     |
| • wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym                                                                                |
| • bada w prostych przypadkach monotoniczność ciągu                                                                                         |
| • wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie                                                |
| • podaje przykłady ciągów arytmetycznych                                                                                                   |
| • wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica                                                          |
| • określa monotoniczność ciągu arytmetycznego                                                                                              |
| • stosuje w prostych przypadkach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego |
| • sprawdza w prostych przypadkach, czy dany ciąg jest arytmetyczny                                                                         |
| • oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego                                                                               |
| • podaje przykłady ciągów geometrycznych                                                                                                   |
| • wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz                                                           |
| • oblicza w prostych przypadkach sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego                                                        |
| • oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji                                                                            |

|                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość</li> </ul>                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>podaje granice ciągów <math>a_n = q^n</math>, gdy <math>q \in (-1; 1)</math>, <math>a_n = \frac{1}{n^k}</math>, gdy <math>k &gt; 0</math>, oraz <math>a_n = \sqrt[n]{a}</math>, gdy <math>a &gt; 0</math></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy dany ciąg ma granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy</li> </ul>                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny</li> </ul>                                                                                                                                                       |

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

|                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> </ul>                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek</li> </ul>                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki</li> </ul>                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny</li> </ul>                                                                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>bada monotoniczność ciągu</li> </ul>                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza w prostych przypadkach wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny</li> </ul>                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza w prostych przypadkach wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów</li> </ul>                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego dwa wyrazy</li> </ul>                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy</li> </ul>                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>określa monotoniczność ciągu geometrycznego</li> </ul>                                                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza w prostych przypadkach, czy dany ciąg jest geometryczny</li> </ul>                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza w prostych przypadkach wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny</li> </ul>                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li> </ul>                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w prostych przypadkach własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza w prostych przypadkach oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania</li> </ul>                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>ustala w prostych przypadkach liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów <math>a_n = q^n</math> dla <math>q &gt; 1</math> oraz <math>a_n = n^k</math> dla <math>k &gt; 0</math></li> </ul>                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza w prostych przypadkach granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych</li> </ul>                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza sumę szeregu geometrycznego</li> </ul>                                                                                                                                |

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

|                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza w trudniejszych przypadkach wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki</li> </ul>                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>bada w trudniejszych przypadkach monotoniczność ciągu</li> </ul>                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu</li> </ul>                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>         |

|                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza w trudniejszych przypadkach granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych</li> </ul>           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów</li> </ul>                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach</li> </ul>                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły</li> </ul>                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny</li> </ul>                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego</li> </ul>                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza w prostych przypadkach dziedzinę i szkicuje wykresy funkcji opisanych szeregiem geometrycznym</li> </ul>                           |

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

|                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu</li> </ul>                                                                                                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>                                                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów tych ciągów, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy</li> </ul>                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza w trudniejszych przypadkach granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach</li> </ul>                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów</li> </ul>                                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza w trudniejszych przypadkach dziedzinę i szkicuje wykresy funkcji opisanych szeregiem geometrycznym</li> </ul>                                                                                                        |

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

|                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego</li> </ul>                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru</li> </ul>                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej</li> </ul>                                                                    |

## 2. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

|                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie, np. na podstawie jej wykresu</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza w prostych przypadkach granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach</li> </ul>       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza w prostych przypadkach granice funkcji w nieskończoności</li> </ul>                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza w prostych przypadkach pochodną funkcji w punkcie</li> </ul>                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza w prostych przypadkach równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie</li> </ul>                |

|                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie                                          |
| • stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o pochodnej sumy i różnicy funkcji do wyznaczania pochodnej funkcji       |
| • korzysta w prostych przypadkach z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów         |
| • podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu                                                                  |
| • wyznacza w prostych przypadkach ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum |
| • wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym                  |

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

|                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • oblicza w prostych przypadkach granice jednostronne funkcji w punkcie                                                                                                                                   |
| • wyznacza w prostych przypadkach równania asymptot pionowych oraz poziomych wykresu funkcji                                                                                                              |
| • wyznacza w prostych przypadkach granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie                                                                                                                      |
| • sprawdza w prostych przypadkach, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie                                                                                                                                |
| • oblicza w prostych przypadkach pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji                                                                                                                  |
| • stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ |
| • wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie, w tym również w prostych przypadkach funkcji złożonej                                                                                    |
| • wyznacza w prostych przypadkach wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę                                                                                                                                   |
| • stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał                                                                                                            |
| • korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów                                                                                                                   |
| • wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum                                                                                                           |
| • uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum                                                                                                                                                           |
| • wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym                                                                                                                            |
| • rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne                                                                                                                                                               |
| • podaje i stosuje schemat badania własności funkcji                                                                                                                                                      |
| • szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności                                                                                                                                          |

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

|                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie                                                               |
| • uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie                                                     |
| • oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$                       |
| • stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie |
| • oblicza granice funkcji w nieskończoności                                                                    |
| • wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji                                             |
| • bada ciągłość funkcji                                                                                        |
| • wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie                                |

|                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości</li> </ul>                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o pochodnej iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza pochodną funkcji złożonej</li> </ul>                                                                                                               |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji</li> </ul>                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza w trudniejszych przypadkach przedziały monotoniczności funkcji</li> </ul>                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna</li> </ul>                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum</li> </ul>                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum</li> </ul>                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje nieskomplikowane zadania optymalizacyjne</li> </ul>                                                                                              |

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

|                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice funkcji trygonometrycznych</li> </ul>                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza w trudniejszych przypadkach równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji</li> </ul>                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w przedziale</li> </ul>                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji</li> </ul>                                                                                                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w danym punkcie</li> </ul>                                                                                                                                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza w trudniejszych przypadkach kąt, jaki ta styczna tworzy z osią <math>OX</math></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki</li> </ul>                                                                                                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych</li> </ul>                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze</li> </ul>                                                                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza w trudniejszych przypadkach ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum</li> </ul>                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji</li> </ul>                                                                                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania optymalizacyjne</li> </ul>                                                                                                                                                                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres</li> </ul>                                                                                                                                                                                           |

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

|                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na pochodne funkcji</li> </ul>                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na pochodne sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji</li> </ul>                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji</li> </ul>                                         |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności</li> </ul> |

### 3. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia</li> </ul>                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach</li> </ul>                                     |

|                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru                                                                       |
| • wykonuje obliczenia, stosując definicję silni                                                                             |
| • oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach                                                           |
| • oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach                                                             |
| • oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach                                                           |
| • oblicza wartość symbolu Newtona                                                                                           |
| • oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach                                                                         |
| • stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach                  |
| • wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności                       |
| • określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia                                                 |
| • wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu                                                                     |
| • określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się                                                        |
| • wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach                                                 |
| • stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach   |
| • podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką                                                                        |
| • oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego                                                                          |
| • stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach                                            |
| • oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach                                                              |
| • sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach                 |
| • oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach                                                              |
| • stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach                                   |
| • ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa                                                                     |
| • oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego                                            |
| • stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania $k$ sukcesów w $n$ próbach – w prostych przypadkach |

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach |
| • oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach                                                                          |
| • oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach                                                                            |
| • oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach                                                                          |
| • oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach                                                                                        |
| • stosuje własności trójkąta Pascala                                                                                                        |
| • wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów                  |
| • uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona                                                                                  |
| • stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach                  |
| • stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach                                                           |
| • stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń                                                              |
| • stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń                                                                                 |
| • oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach                                                                             |

|                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach</li> </ul>                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń</li> </ul>                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia</li> </ul>                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania <math>k</math> sukcesów w <math>n</math> próbach – w złożonych sytuacjach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej <math>k</math> sukcesów w <math>n</math> próbach</li> </ul>              |

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

|                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia wzór Bayesa</li> </ul>                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń</li> </ul>                              |